Към Мусала: задачи и отговори

Играта „Към Мусала“. Всички 100 задачи и задачите „Свържи“ и „Подреди“ с верните отговори и кратко решение. Всяка задача е пресметната и проверена.

Верният отговор е маркиран така: ✓. В играта отговорите се разбъркват.

Зелени полета: знание (33)

1 **Коя е формулата за корените на квадратното уравнение $ax^2 + bx + c = 0$?**

А $x = \frac{-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{2a}$ ✓

Б $x = \frac{-b \pm \sqrt{(b^2 + 4ac)}}{2a}$

В $x = \frac{b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{2a}$

Г $x = \frac{-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{a}$

Под корена е дискриминантата $D = b^2 - 4ac$, а в знаменателя е $2a$.

Квадратни уравнения

2 **Ако дискриминантата на квадратно уравнение е отрицателна ($D < 0$), уравнението:**

А **няма реални корени** ✓

Б има два различни реални корена

В има един двоен корен

Г има безбройно много корени

Не можем да извлечем квадратен корен от отрицателно число в множеството на реалните числа.

Квадратни уравнения

3 **Какво казва теоремата на Виет за уравнението $x^2 + px + q = 0$ с корени x_1 и x_2?**

А $x_1 + x_2 = -p$ и $x_1 \cdot x_2 = q$ ✓

Б $x_1 + x_2 = p$ и $x_1 \cdot x_2 = q$

В $x_1 + x_2 = -p$ и $x_1 \cdot x_2 = -q$

Г $x_1 + x_2 = q$ и $x_1 \cdot x_2 = -p$

Сборът на корените е противоположното число на p, а произведението им е свободният член q.

Квадратни уравнения

4 **В правоъгълен триъгълник с катети a и b и хипотенуза c е вярно:**

А $c^2 = a^2 + b^2$ ✓

Б $c = a + b$

В $c^2 = a^2 - b^2$

Г $c^2 = 2ab$

Питагорова теорема: квадратът на хипотенузата е равен на сбора от квадратите на катетите.

Правоъгълен триъгълник

5 **Колко е сборът на вътрешните ъгли на изпъкнал n-ъгълник?**

А $(n - 2) \cdot 180°$ ✓

Б $(n - 1) \cdot 180°$

В $n \cdot 180°$

Г $(n - 2) \cdot 90°$

Многоъгълникът се разделя на $n - 2$ триъгълника, а във всеки сборът на ъглите е $180°$.

Многоъгълници

6 **Коя е косинусовата теорема за триъгълник със страни a, b, c, където γ е ъгълът срещу страната c?**

А $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$ ✓

Б $c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos\gamma$

В $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \sin\gamma$

Г $c^2 = a^2 - b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$

При $\gamma = 90°$ $\cos\gamma = 0$ и получаваме Питагоровата теорема.

Тригонометрия

7 **Коя е синусовата теорема за триъгълник със страна a, срещулежащ ъгъл α и радиус R на описаната окръжност?**

А $\frac{a}{\sin\alpha} = 2R$ ✓

Б $\frac{a}{\sin\alpha} = R$

В $a \cdot \sin\alpha = 2R$

Г $\frac{a}{\cos\alpha} = 2R$

Отношението на страна към синуса на срещулежащия ѝ ъгъл е равно на диаметъра на описаната окръжност.

Тригонометрия

---

8 **Как се намира лицето на триъгълник със страни a и b и ъгъл γ между тях?**

А $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin\gamma$ ✓

Б $S = a \cdot b \cdot \sin\gamma$

В $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \cos\gamma$

Г $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$

Лицето е половината от произведението на две страни и синуса на ъгъла между тях.

Лица

---

9 **Коя е формулата за обема на цилиндър с радиус на основата r и височина h?**

А $V = \pi r^2 h$ ✓

Б $V = 2\pi r h$

В $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

Г $V = \pi r h$

Обемът е лицето на основата (πr^2), умножено по височината.

Обеми

---

10 **Коя е формулата за обема на пирамида с лице на основата B и височина h?**

А $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h$ ✓

Б $V = B \cdot h$

В $V = \frac{1}{2} \cdot B \cdot h$

Г $V = \frac{2}{3} \cdot B \cdot h$

Пирамидата е с обем, три пъти по-малък от този на призмата със същата основа и височина.

Обеми

---

11 **Коя е формулата за обема на кълбо с радиус r?**

А $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ✓

Б $V = 4\pi r^2$

В $V = \frac{4}{3}\pi r^2$

Г $V = \pi r^3$

$4\pi r^2$ е лицето на повърхнината на кълбото, а не обемът му.

Обеми

---

12 **Коя е абсцисата на върха на параболата $y = ax^2 + bx + c$?**

А $x = \frac{-b}{2a}$ ✓

Б $x = \frac{b}{2a}$

В $x = \frac{-b}{a}$

Г $x = \frac{-2a}{b}$

Върхът лежи на оста на симетрия на параболата, $x = -b/(2a)$.

Квадратна функция

---

13 **Как се нарича графиката на функцията $y = \frac{k}{x}$, $k \neq 0$?**

А хипербола ✓
Б парабола
В права
Г окръжност

Това е обратната пропорционалност. Графиката ѝ има два клона и не пресича осите.

Функции

14 **Как се намира вероятността на събитие, когато всички изходи са равновъзможни?**

А благоприятните изходи, делени на всички възможни ✓
Б всички възможни изходи, делени на благоприятните
В благоприятните изходи минус всички възможни
Г благоприятните изходи, умножени по всички възможни

Така вероятността винаги е число между 0 и 1.

Вероятности

15 **Какво е медианата на подредена по големина редица от нечетен брой числа?**

А числото в средата на редицата ✓
Б средноаритметичното на числата
В най-често срещаното число
Г разликата между най-голямото и най-малкото

При четен брой числа медианата е средноаритметичното на двете средни.

Статистика

16 **Каква е връзката между вписан ъгъл в окръжност и централния ъгъл върху същата дъга?**

А вписаният ъгъл е два пъти по-малък ✓
Б вписаният ъгъл е два пъти по-голям
В двата ъгъла са равни
Г вписаният ъгъл е със 90° по-малък

Затова ъгълът, вписан в полуокръжност, е 90°.

Окръжност

17 **Кое е вярно за $\sqrt{(a^2)}$ за всяко реално число a?**

А $\sqrt{(a^2)} = |a|$ ✓
Б $\sqrt{(a^2)} = a$
В $\sqrt{(a^2)} = -a$
Г $\sqrt{(a^2)} = a^2$

Коренът е винаги неотрицателен. Затова $\sqrt{((-3)^2)} = 3$, а не -3.

Корени и модул

18 **Две подобни фигури имат коефициент на подобие k. Лицата им са в отношение:**

А k^2 ✓
Б k
В $2k$
Г k^3

Дължините се променят k пъти, лицата k^2 пъти, а обемите k^3 пъти.

Подобие

19 **Коя е формулата за общия член на аритметична прогресия с първи член a_1 и разлика d?**

А $a_n = a_1 + (n - 1)d$ ✓
Б $a_n = a_1 + nd$
В $a_n = a_1 \cdot d^{n-1}$
Г $a_n = a_1 + (n + 1)d$

Към първия член добавяме разликата $n - 1$ пъти. Третият вариант е за геометрична прогресия.

Прогресии

20 **Коя е формулата за сбора на първите n члена на аритметична прогресия?**

А $S_n = \frac{(a_1 + a_n)\cdot n}{2}$ ✓

Б $S_n = (a_1 + a_n)\cdot n$

В $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}$

Г $S_n = \frac{a_1 \cdot n}{2}$

Средноаритметичното на първия и последния член, умножено по броя на членовете.

Прогресии

---

21 **Коя е формулата за общия член на геометрична прогресия с първи член b_1 и частно q?**

А $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ ✓

Б $b_n = b_1 \cdot q^n$

В $b_n = b_1 + (n - 1)q$

Г $b_n = b_1 \cdot (n - 1)q$

Първият член се умножава по q точно n − 1 пъти.

Прогресии

---

22 **Кое свойство е вярно за три последователни члена на геометрична прогресия?**

А $b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$ ✓

Б $b_n = \frac{b_{n-1} + b_{n+1}}{2}$

В $b_n^2 = b_{n-1} + b_{n+1}$

Г $b_n = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$

Квадратът на средния член е равен на произведението на съседните. Вторият вариант е свойство на аритметичната прогресия.

Прогресии

---

23 **Коя е формулата за сложна лихва, ако началната сума е K, лихвеният процент за година е p%, а срокът е n години?**

А $K\cdot(1 + \frac{p}{100})^n$ ✓

Б $K\cdot(1 + n\cdot\frac{p}{100})$

В $K\cdot(1 + \frac{p}{100})\cdot n$

Г $K\cdot\frac{p}{100}^n$

Всяка година сумата се умножава по $1 + \frac{p}{100}$. Вторият вариант е за проста лихва.

Прогресии и лихви

---

24 **Какво е модата на редица от числа?**

А най-често срещаното число ✓

Б числото в средата на подредената редица

В сборът на числата, делен на броя им

Г разликата между най-голямото и най-малкото число

Редицата може да има повече от една мода или да няма мода, ако всички числа се срещат по равно.

Статистика

---

25 **Кое е вярно за всеки ъгъл α от интервала (0°; 180°)?**

А $\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$ ✓

Б $\sin(180° - \alpha) = -\sin\alpha$

В $\sin(180° - \alpha) = \cos\alpha$

Г $\sin(180° - \alpha) = -\cos\alpha$

Синусите на два допълнителни ъгъла са равни: $\sin150° = \sin30°$.

Решаване на триъгълник

---

26 **Кое е основното тригонометрично тъждество?**

А $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ ✓

Б $\sin\alpha + \cos\alpha = 1$

В $\sin^2\alpha - \cos^2\alpha = 1$

Г $\sin\alpha\cdot\cos\alpha = 1$

Следва от Питагоровата теорема в единичната окръжност.

Решаване на триъгълник

27 **Колко равнини минават през три точки, които не лежат на една права?**

А точно една ✓
Б безбройно много
В точно две
Г няма такава равнина

Три точки, които не са на една права, определят единствена равнина.

Елементи от стереометрията

28 **Как се наричат две прави в пространството, които нямат обща точка и не лежат в една равнина?**

А кръстосани ✓
Б успоредни
В пресичащи се
Г перпендикулярни

Успоредните прави също нямат обща точка, но лежат в една равнина.

Елементи от стереометрията

29 **Кога правата a е перпендикулярна на равнината α?**

А когато е перпендикулярна на две пресичащи се прави от α ✓
Б когато е перпендикулярна на една права от α
В когато е перпендикулярна на две успоредни прави от α
Г когато е успоредна на равнината α

Една права от равнината не е достатъчна. Нужни са две пресичащи се.

Елементи от стереометрията

30 **Кой е ъгълът между права и равнина, когато правата пресича равнината, но не е перпендикулярна на нея?**

А ъгълът между правата и нейната ортогонална проекция върху равнината ✓
Б ъгълът между правата и всяка права от равнината
В ъгълът между правата и перпендикуляра към равнината
Г ъгълът между проекциите на две прави

Това е най-малкият ъгъл между правата и правите от равнината.

Елементи от стереометрията

31 **Какво трябва винаги да се направи след повдигане на двете страни на ирационално уравнение на квадрат?**

А да се провери всеки корен в първоначалното уравнение ✓
Б да се раздели уравнението на неизвестното
В да се умножи уравнението по −1
Г да се замени радикалът с нула

При повдигане на квадрат могат да се появят външни корени.

Ирационални уравнения

32 **За кои стойности на x е дефиниран изразът $\sqrt{(x-2)}$?**

А $x \geq 2$ ✓
Б $x > 2$
В $x \leq 2$
Г $x \geq -2$

Подкореновият израз трябва да е неотрицателен: $x - 2 \geq 0$.

Ирационални изрази

33 **В какво отношение медианите на триъгълник се делят от пресечната си точка, считано от върха?**

А **2 : 1** ✓ **Б** 1 : 1

В 3 : 1 **Г** 1 : 2

Разстоянието от върха до пресечната точка е два пъти по-голямо от разстоянието от нея до средата на страната.

Решаване на триъгълник

Жълти полета: пресметни (39)

34 **Намерете корените на уравнението $x^2 - 5x + 6 = 0$.**

А **2 и 3** ✓ **Б** −2 и −3

В 1 и 6 **Г** −1 и 6

Търсим две числа със сбор 5 и произведение 6. Това са 2 и 3.

Квадратни уравнения

35 **Намерете корените на уравнението $x^2 + 2x - 15 = 0$.**

А **3 и −5** ✓ **Б** −3 и 5

В 3 и 5 **Г** −3 и −5

Сборът е −2, а произведението −15: $3 + (-5) = -2$ и $3 \cdot (-5) = -15$.

Квадратни уравнения

36 **Колко е дискриминантата на уравнението $2x^2 - 3x - 2 = 0$?**

А **25** ✓ **Б** 1

В −7 **Г** 17

$D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 9 + 16 = 25$. Корените са 2 и $-\frac{1}{2}$.

Квадратни уравнения

37 **Решете системата $x + y = 7$ и $x - y = 1$.**

А **$x = 4, y = 3$** ✓ **Б** $x = 3, y = 4$

В $x = 5, y = 2$ **Г** $x = 6, y = 1$

Събираме уравненията: $2x = 8$, $x = 4$, после $y = 3$.

Системи уравнения

38 **Решете неравенството $2x - 3 > 5$.**

А **$x > 4$** ✓ **Б** $x < 4$

В $x > 1$ **Г** $x > 8$

$2x > 8$, откъдето $x > 4$.

Неравенства

39 **Дадена е функцията $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$. Колко е $f(2)$?**

А **3** ✓ **Б** 5

В 1 **Г** −1

$f(2) = 2 \cdot 4 - 6 + 1 = 3$.

Функции

40 **Катетите на правоъгълен триъгълник са 6 cm и 8 cm. Колко е хипотенузата?**

А 10 cm ✓ Б 14 cm
В 12 cm Г $\sqrt{28}$ cm

$c^2 = 36 + 64 = 100$, откъдето $c = 10$ cm.

Правоъгълен триъгълник

41 **Основите на трапец са 6 cm и 10 cm, а височината е 3 cm. Колко е лицето му?**

А 24 cm^2 ✓ Б 48 cm^2
В 18 cm^2 Г 30 cm^2

$S = \frac{(6 + 10)\cdot 3}{2} = 24$ cm^2.

Лица

42 **Колко е сборът на вътрешните ъгли на осмоъгълник?**

А 1080° ✓ Б 1260°
В 900° Г 720°

$(8 - 2)\cdot 180° = 6\cdot 180° = 1080°$.

Многоъгълници

43 **Колко е дължината на окръжност с радиус 5 cm?**

А 10π cm ✓ Б 25π cm
В 5π cm Г 20π cm

$L = 2\pi r = 2\pi\cdot 5 = 10\pi$ cm. Лицето на кръга е 25π cm^2.

Окръжност

44 **Цилиндър е с радиус на основата 3 cm и височина 5 cm. Колко е обемът му?**

А 45π cm^3 ✓ Б 15π cm^3
В 30π cm^3 Г 90π cm^3

$V = \pi r^2 h = \pi\cdot 9\cdot 5 = 45\pi$ cm^3.

Обеми

45 **Хвърляме един зар. Каква е вероятността да падне число, по-голямо от 4?**

А $\frac{1}{3}$ ✓ Б $\frac{1}{6}$
В $\frac{1}{2}$ Г $\frac{2}{3}$

Благоприятни са 5 и 6, или 2 от 6 изхода: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Вероятности

46 **Колко е медианата на числата 2, 11, 4, 6, 12?**

А 6 ✓ Б 7
В 11 Г 4

Подреждаме: 2, 4, 6, 11, 12. Средното е 6. Средноаритметичното е 7.

Статистика

47 **Опростете: $\sqrt{18} + \sqrt{8}$.**

А **$5\sqrt{2}$ ✓** Б $\sqrt{26}$

В $6\sqrt{2}$ Г $10\sqrt{2}$

$\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ и $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, откъдето сборът е $5\sqrt{2}$.

Корени и модул

---

48 **Пресметнете: $\frac{2^5 \cdot 2^3}{2^6}$.**

А **4 ✓** Б 2

В 8 Г 16

Събираме степенните показатели в числителя: 2^8. После $2^8 : 2^6 = 2^2 = 4$.

Степени

---

49 **Графиката на коя функция минава през точките (0; 3) и (2; 7)?**

А **$y = 2x + 3$ ✓** Б $y = 3x + 2$

В $y = 4x + 3$ Г $y = 2x + 7$

При $x = 0$ получаваме 3, а при $x = 2$ получаваме $2 \cdot 2 + 3 = 7$.

Функции

---

50 **Решете уравнението $|2x - 1| = 5$.**

А **$x = 3$ и $x = -2$ ✓** Б $x = 3$ и $x = 2$

В $x = -3$ и $x = 2$ Г $x = 3$

$2x - 1 = 5$ дава $x = 3$, а $2x - 1 = -5$ дава $x = -2$.

Корени и модул

---

51 **Страните на два подобни триъгълника са в отношение 1 : 3. В какво отношение са лицата им?**

А **1 : 9 ✓** Б 1 : 3

В 1 : 6 Г 1 : 27

Лицата са в отношение $k^2 = 1 : 9$.

Подобие

---

52 **В правоъгълен триъгълник хипотенузата е 10 cm, а един остър ъгъл е 30°. Колко е срещулежащият му катет?**

А **5 cm ✓** Б $5\sqrt{3}$ cm

В 10 cm Г $\frac{10}{\sqrt{3}}$ cm

Катетът е $c \cdot \sin 30° = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5$ cm.

Тригонометрия

---

53 **Първият член на аритметична прогресия е 3, а разликата е 4. Колко е десетият член?**

А **39 ✓** Б 43

В 40 Г 36

$a_{10} = 3 + 9 \cdot 4 = 39$.

Прогресии

54 **Първият член на аритметична прогресия е 2, а разликата е 3. Колко е сборът на първите 10 члена?**

А 155 ✓ Б 310

В 140 Г 165

$a_{10} = 2 + 9\cdot 3 = 29$, а $S_{10} = \frac{(2+29)\cdot 10}{2} = 155$.

Прогресии

---

55 **В аритметична прогресия $a_2 = 7$ и $a_5 = 16$. Колко е разликата d?**

А 3 ✓ Б 9

В 2 Г 4

$a_5 - a_2 = 3d = 9$, откъдето $d = 3$.

Прогресии

---

56 **Първият член на геометрична прогресия е 2, а частното е 3. Колко е четвъртият член?**

А 54 ✓ Б 162

В 18 Г 24

$b_4 = 2\cdot 3^3 = 2\cdot 27 = 54$.

Прогресии

---

57 **Първият член на геометрична прогресия е 1, а частното е 2. Колко е сборът на първите 6 члена?**

А 63 ✓ Б 64

В 31 Г 127

$S_6 = \frac{2^6 - 1}{2 - 1} = 63$. Членовете са 1, 2, 4, 8, 16, 32.

Прогресии

---

58 **Решете уравнението $\sqrt{(x + 3)} = 5$.**

А $x = 22$ ✓ Б $x = 2$

В $x = 28$ Г $x = 8$

Повдигаме на квадрат: $x + 3 = 25$, откъдето $x = 22$. Проверка: $\sqrt{25} = 5$.

Ирационални уравнения

---

59 **Колко е модата на числата 4, 6, 6, 8, 11?**

А 6 ✓ Б 7

В 8 Г 11

Числото 6 се среща два пъти, а останалите по веднъж. Средноаритметичното е 7.

Статистика

---

60 **Колко е средноаритметичното на числата 2, 5, 9, 12, 12?**

А 8 ✓ Б 9

В 12 Г 7

Сборът е 40, а 40 : 5 = 8. Медианата е 9, а модата е 12.

Статистика

61 **Колко е sin150°?**

А $\frac{1}{2}$ ✓ **Б** $-\frac{1}{2}$

В $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **Г** $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin150° = \sin(180° - 30°) = \sin30° = \frac{1}{2}$.

Решаване на триъгълник

62 **Колко е cos120°?**

А $-\frac{1}{2}$ ✓ **Б** $\frac{1}{2}$

В $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **Г** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos120° = \cos(180° - 60°) = -\cos60° = -\frac{1}{2}$.

Решаване на триъгълник

63 **Ъгъл α е остър и $\sin\alpha = \frac{3}{5}$. Колко е cosα?**

А $\frac{4}{5}$ ✓ **Б** $\frac{3}{4}$

В $\frac{2}{5}$ **Г** $\frac{1}{5}$

$\cos^2\alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$, а ъгълът е остър, затова $\cos\alpha = \frac{4}{5}$.

Решаване на триъгълник

64 **Страните на триъгълник са 6 cm, 8 cm и 10 cm. Колко е медианата към най-голямата страна?**

А 5 cm ✓ **Б** 4 cm

В 6 cm **Г** 7 cm

Триъгълникът е правоъгълен ($6^2 + 8^2 = 10^2$), а медианата към хипотенузата е половината от нея.

Решаване на триъгълник

65 **Колко е диагоналът на куб с ръб 4 cm?**

А $4\sqrt{3}$ cm ✓ **Б** $4\sqrt{2}$ cm

В 12 cm **Г** 8 cm

Диагоналът на куб с ръб a е $a\sqrt{3}$. Диагоналът на стена е $a\sqrt{2}$.

Елементи от стереометрията

66 **Права правоъгълна призма има основа със страни 3 cm и 4 cm и височина 5 cm. Колко е обемът ѝ?**

А 60 cm^3 ✓ **Б** 35 cm^3

В 70 cm^3 **Г** 12 cm^3

$V = B \cdot h = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60\ cm^3$.

Елементи от стереометрията

67 **Правилна четириъгълна пирамида има основен ръб 6 cm и височина 4 cm. Колко е обемът ѝ?**

А 48 cm^3 ✓ **Б** 144 cm^3

В 72 cm^3 **Г** 24 cm^3

$V = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 4 = 48\ cm^3$.

Елементи от стереометрията

68 **Колко е обемът на кълбо с радиус 3 cm?**

А **36π cm^3 ✓** Б 12π cm^3

В 27π cm^3 Г 108π cm^3

$V = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 27 = 36\pi$ cm^3.

Елементи от стереометрията

---

69 **По колко начина могат да се наредят на рафт 4 различни книги?**

А **24 ✓** Б 16

В 12 Г 4

$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$.

Комбинаторика

---

70 **Имаме 3 различни блузи и 4 различни панталона. Колко различни облекла можем да съставим?**

А **12 ✓** Б 7

В 24 Г 1

Правило за умножението: $3 \cdot 4 = 12$.

Комбинаторика

---

71 **На влог от 1000 лв. се начислява проста лихва 5% годишно. Колко лева ще има в сметката след 3 години?**

А **1150 лв. ✓** Б 1157,63 лв.

В 1050 лв. Г 1500 лв.

Лихвата за година е 50 лв., за 3 години е 150 лв. Общо 1150 лв. Сложната лихва би дала 1157,63 лв.

Прогресии и лихви

---

72 **Влог от 2000 лв. е при 10% годишна сложна лихва. Колко лева ще има в сметката след 2 години?**

А **2420 лв. ✓** Б 2400 лв.

В 2200 лв. Г 2410 лв.

$2000 \cdot 1{,}1^2 = 2000 \cdot 1{,}21 = 2420$ лв.

Прогресии и лихви

● Червени полета: предизвикателство (28)

73 **Диагоналите на ромб са 12 cm и 16 cm. Колко е периметърът му?**

А **40 cm ✓** Б 28 cm

В 20 cm Г 56 cm

Диагоналите се разполовяват перпендикулярно. Страната е $\sqrt{(6^2 + 8^2)} = 10$ cm, а периметърът $4 \cdot 10 = 40$ cm.

Четириъгълници

---

74 **Коя е най-малката стойност на функцията $y = x^2 - 4x + 3$?**

А **-1 ✓** Б 3

В -4 Г 1

Върхът е при $x = \frac{4}{2} = 2$, а $y(2) = 4 - 8 + 3 = -1$.

Квадратна функция

---

75 **За коя стойност на m уравнението $x^2 - 6x + m = 0$ има двоен корен?**

А **$m = 9$ ✓** **Б** $m = 6$

В $m = 3$ **Г** $m = 36$

$D = 36 - 4m = 0$, откъдето $m = 9$. Тогава $(x - 3)^2 = 0$.

Квадратни уравнения

---

76 **Известно е, че $x + y = 5$ и $xy = 6$. Колко е $x^2 + y^2$?**

А **13 ✓** **Б** 11

В 37 **Г** 19

$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 25 - 12 = 13$.

Алгебрични изрази

---

77 **Катетите на правоъгълен триъгълник са 6 cm и 8 cm. Колко е радиусът на описаната около него окръжност?**

А **5 cm ✓** **Б** 10 cm

В 2 cm **Г** 7 cm

Центърът ѝ е среда на хипотенузата. Хипотенузата е 10 cm, а радиусът е половината, 5 cm.

Окръжност

---

78 **Конус има радиус на основата 3 cm и образуваща 5 cm. Колко е обемът му?**

А **12π cm^3 ✓** **Б** 15π cm^3

В 36π cm^3 **Г** 20π cm^3

Височината е $\sqrt{(5^2 - 3^2)} = 4$ cm, а $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 4 = 12\pi$ cm^3.

Обеми

---

79 **Хвърляме два зара. Каква е вероятността сборът да е 8?**

А $\frac{5}{36}$ ✓ **Б** $\frac{1}{6}$

В $\frac{1}{9}$ **Г** $\frac{1}{4}$

Благоприятни са (2;6), (3;5), (4;4), (5;3), (6;2). Това са 5 от 36 изхода.

Вероятности

---

80 **Колко цели числа са решение на неравенството $x^2 - x - 6 < 0$?**

А **4 ✓** **Б** 5

В 3 **Г** 6

$(x - 3)(x + 2) < 0$, откъдето $-2 < x < 3$. Целите числа са -1, 0, 1 и 2.

Неравенства

---

81 **Решете уравнението $\frac{x + 1}{x - 2} = 3$.**

А **$x = \frac{7}{2}$ ✓** **Б** $x = 2$

В $x = \frac{5}{2}$ **Г** $x = -\frac{7}{2}$

При $x \neq 2$: $x + 1 = 3x - 6$, откъдето $2x = 7$ и $x = \frac{7}{2}$.

Рационални уравнения

82 **В триъгълник две страни са 7 cm и 8 cm, а ъгълът между тях е 60°. Колко е третата страна?**

А $\sqrt{57}$ cm ✓ **Б** $\sqrt{113}$ cm

В $\sqrt{105}$ cm **Г** 9 cm

$c^2 = 49 + 64 - 2\cdot7\cdot8\cdot\frac{1}{2} = 113 - 56 = 57$, откъдето $c = \sqrt{57}$.

Тригонометрия

---

83 **В триъгълник ABC страната BC е 10 cm, ъгъл A е 30°, а ъгъл B е 45°. Колко е страната AC?**

А $10\sqrt{2}$ cm ✓ **Б** $5\sqrt{2}$ cm

В 10 cm **Г** $10\sqrt{3}$ cm

Синусова теорема: $AC = \frac{BC\cdot\sin B}{\sin A} = \{10\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} | \frac{1}{2}\} = 10\sqrt{2}$ cm.

Тригонометрия

---

84 **Колко е лицето на равностранен триъгълник със страна 4 cm?**

А $4\sqrt{3}$ cm² ✓ **Б** $8\sqrt{3}$ cm²

В $16\sqrt{3}$ cm² **Г** $2\sqrt{3}$ cm²

$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{16\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$ cm².

Лица

---

85 **Средноаритметичното на пет числа е 8. Четири от тях са 6, 7, 9 и 10. Кое е петото число?**

А 8 ✓ **Б** 7

В 9 **Г** 10

Сборът на петте е 5·8 = 40. Четирите дават 32, а петото е 40 − 32 = 8.

Статистика

---

86 **Цена се увеличава с 20%, а след това новата цена се намалява с 20%. Колко процента от първоначалната е крайната цена?**

А 96% ✓ **Б** 100%

В 104% **Г** 98%

1,2·0,8 = 0,96, или 96% от първоначалната цена.

Проценти

---

87 **Равнобедрен трапец има основи 10 cm и 4 cm и бедро 5 cm. Колко е лицето му?**

А 28 cm² ✓ **Б** 35 cm²

В 20 cm² **Г** 14 cm²

Височината е $\sqrt{(5^2 - 3^2)} = 4$ cm, понеже (10 − 4):2 = 3. $S = \frac{(10+4)\cdot4}{2} = 28$ cm².

Лица

---

88 **Решете уравнението $\sqrt{(x+4)} = x - 2$.**

А $x = 5$ ✓ **Б** $x = 0$ и $x = 5$

В $x = 0$ **Г** $x = -1$

Повдигаме на квадрат: $x + 4 = x^2 - 4x + 4$, откъдето $x(x - 5) = 0$. Проверка: при $x = 0$ получаваме $2 = -2$, а при $x = 5$ получаваме $3 = 3$. Външният корен е 0.

Ирационални уравнения

89 **Зидар подрежда тухли. В първия ред има 30 тухли, а във всеки следващ с 2 по-малко. Колко тухли има в първите 8 реда?**

А 184 ✓ Б 176

В 196 Г 368

$a_8 = 30 - 7\cdot 2 = 16$, а $S_8 = \frac{(30+16)\cdot 8}{2} = 184$.

Прогресии

90 **Първият член на геометрична прогресия е 3, а сборът на първите три члена е 21. Колко е четвъртият член, ако q > 0?**

А 24 ✓ Б 12

В 48 Г 81

$3(1 + q + q^2) = 21$, откъдето $q^2 + q - 6 = 0$ и $q = 2$ ($q = -3$ не става). $b_4 = 3\cdot 8 = 24$.

Прогресии

91 **Влог от 1000 лв. е за 2 години при 20% годишна лихва. С колко лева сложната лихва е повече от простата?**

А 40 лв. ✓ Б 20 лв.

В 60 лв. Г 144 лв.

Проста лихва: $1000 + 2\cdot 200 = 1400$ лв. Сложна: $1000\cdot 1{,}2^2 = 1440$ лв. Разликата е 40 лв.

Прогресии и лихви

92 **Страните на триъгълник са 5 cm, 7 cm и 8 cm. Колко градуса е ъгълът срещу страната 7 cm?**

А 60° ✓ Б 30°

В 45° Г 120°

$\cos\gamma = \frac{25 + 64 - 49}{2\cdot 5\cdot 8} = \frac{40}{80} = \frac{1}{2}$, откъдето $\gamma = 60°$.

Решаване на триъгълник

93 **Страните на триъгълник са 13 cm, 14 cm и 15 cm. Колко е лицето му?**

А 84 cm² ✓ Б 91 cm²

В 42 cm² Г 105 cm²

Полупериметърът е 21. По формулата на Херон $S = \sqrt{(21\cdot 8\cdot 7\cdot 6)} = \sqrt{7056} = 84$ cm².

Решаване на триъгълник

94 **В триъгълник ABC страната AB е 6 cm, а ъгъл C е 30°. Колко е радиусът на описаната окръжност?**

А 6 cm ✓ Б 3 cm

В 12 cm Г $6\sqrt{3}$ cm

Синусова теорема: $R = \frac{AB}{2\cdot \sin C} = \{6 | 2\cdot \frac{1}{2}\} = 6$ cm.

Решаване на триъгълник

95 **Правилна четириъгълна пирамида има основен ръб 8 cm и околен ръб 9 cm. Колко е височината ѝ?**

А 7 cm ✓ Б 8 cm

В $\sqrt{17}$ cm Г 4 cm

Половината диагонал на основата е $4\sqrt{2}$, затова $h^2 = 81 - 32 = 49$ и $h = 7$ cm.

Елементи от стереометрията

96 **Конус има образуваща 13 cm и височина 12 cm. Колко е околната му повърхнина?**

А **65π cm^2** ✓ **Б** 60π cm^2

В 130π cm^2 **Г** 25π cm^2

Радиусът е $\sqrt{(13^2 - 12^2)} = 5$ cm, а $S = \pi \cdot r \cdot l = \pi \cdot 5 \cdot 13 = 65\pi$ cm^2.

Елементи от стереометрията

---

97 **Осевото сечение на цилиндър е квадрат със страна 6 cm. Колко е обемът на цилиндъра?**

А **54π cm^3** ✓ **Б** 108π cm^3

В 36π cm^3 **Г** 18π cm^3

Височината е 6 cm, а диаметърът е 6 cm, т.е. $r = 3$ cm. $V = \pi \cdot 9 \cdot 6 = 54\pi$ cm^3.

Елементи от стереометрията

---

98 **Повърхнината на кълбо е 100π cm^2. Колко е обемът му?**

А **$\frac{500}{3}\pi$ cm^3** ✓ **Б** 500π cm^3

В $\frac{100}{3}\pi$ cm^3 **Г** $\frac{125}{3}\pi$ cm^3

$4\pi r^2 = 100\pi$, откъдето $r = 5$ cm. $V = \frac{4}{3}\pi \cdot 125 = \frac{500}{3}\pi$ cm^3.

Елементи от стереометрията

---

99 **Средноаритметичното на 4 числа е 10. Кое число трябва да се добави, за да стане средноаритметичното на петте числа 12?**

А **20** ✓ **Б** 12

В 14 **Г** 22

Сборът на четирите е 40, а сборът на петте трябва да е 60. Петото число е $60 - 40 = 20$.

Статистика

---

100 **Колко различни трицифрени числа с различни цифри могат да се образуват от цифрите 1, 2, 3, 4 и 5?**

А **60** ✓ **Б** 125

В 120 **Г** 10

За първата цифра има 5 възможности, за втората 4, за третата 3: $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$.

Комбинаторика

„Свържи“ (10)

Свържете фигурата с формулата за лицето ѝ

- Правоъгълник със страни a и b → $S = a \cdot b$
- Триъгълник с основа a и височина h → $S = \frac{a \cdot h}{2}$
- Трапец с основи a и b и височина h → $S = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$
- Ромб с диагонали d_1 и d_2 → $S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$

Лица

Свържете тялото с формулата за обема му

- Призма с основа B и височина h → $V = B \cdot h$
- Пирамида с основа B и височина h → $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h$
- Цилиндър с радиус r и височина h → $V = \pi r^2 h$
- Кълбо с радиус r → $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Обеми

Свържете функцията с вида на графиката ѝ

- $y = 2x + 1$ → права
- $y = x^2 - 3$ → парабола
- $y = \frac{2}{x}$ → хипербола
- $y = |x|$ → два лъча с общо начало в точката (0; 0)

Функции

Свържете ъгъла със стойността на синуса му

- $\sin 30°$ → $\frac{1}{2}$
- $\sin 45°$ → $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\sin 60°$ → $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\sin 90°$ → 1

Тригонометрия

Свържете уравнението с корените му

- $x^2 - 9 = 0$ → $x = 3$ и $x = -3$
- $x^2 + 4 = 0$ → няма реални корени
- $x^2 = 0$ → $x = 0$
- $(x - 1)(x - 2) = 0$ → $x = 1$ и $x = 2$

Квадратни уравнения

Свържете означението с формулата му

- a_n в аритметична прогресия → $a_1 + (n - 1)d$
- S_n в аритметична прогресия → $\frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$
- b_n в геометрична прогресия → $b_1 \cdot q^{n-1}$
- S_n в геометрична прогресия $(q \neq 1)$ → $b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

Прогресии

Свържете повърхнината с формулата ѝ

- Околна повърхнина на права призма с периметър P на основата и височина h → $P \cdot h$
- Околна повърхнина на цилиндър с радиус r и височина h → $2\pi rh$
- Околна повърхнина на конус с радиус r и образуваща l → πrl
- Повърхнина на сфера с радиус r → $4\pi r^2$

Елементи от стереометрията

Свържете описанието с понятието

- Права и равнина без обща точка → успоредни
- Две прави без обща точка, които не лежат в една равнина → кръстосани
- Права, перпендикулярна на две пресичащи се прави от равнина → перпендикулярна на равнината
- Фигура от две полуравнини с обща гранична права → двустенен ъгъл

Елементи от стереометрията

Свържете понятието с неговото значение

- Мода → най-често срещаната стойност
- Медиана → стойността в средата на подредената редица
- Средноаритметично → сборът на стойностите, делен на броя им
- Честота → колко пъти се среща дадена стойност

Статистика

Свържете израза с равния му

- $\sin(180° - \alpha) \rightarrow \sin\alpha$
- $\cos(180° - \alpha) \rightarrow -\cos\alpha$
- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha \rightarrow 1$
- $\mathrm{tg}\alpha \rightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

Решаване на триъгълник

„Подреди“ (7)

Подредете стъпките при решаване на квадратно уравнение

1. Свеждаме уравнението до вида $ax^2 + bx + c = 0$
2. Намираме дискриминантата $D = b^2 - 4ac$
3. Проверяваме знака на D
4. Пресмятаме корените по формулата
5. Проверяваме корените в уравнението

Квадратни уравнения

Подредете числата от най-малкото до най-голямото

1. -3
2. $-\frac{1}{2}$
3. $0{,}2$
4. $\sqrt{2}$
5. $\frac{7}{4}$

Числа

Подредете стъпките при решаване на текстова задача

1. Въвеждаме неизвестно x
2. Съставяме уравнение по условието
3. Решаваме уравнението
4. Проверяваме дали решението отговаря на условието
5. Записваме отговора

Текстови задачи

Подредете фигурите по лице, от най-малкото до най-голямото

1. Квадрат със страна 3 cm
2. Правоъгълен триъгълник с катети 4 cm и 5 cm
3. Кръг с радиус 2 cm
4. Равностранен триъгълник със страна 6 cm

Лица

Подредете стъпките при решаване на ирационално уравнение

1. Намираме допустимите стойности
2. Уединяваме радикала
3. Повдигаме двете страни на квадрат
4. Решаваме полученото уравнение
5. Проверяваме корените в първоначалното уравнение

Ирационални уравнения

Подредете от най-малкото до най-голямото

1. sin 30°
2. sin 45°
3. sin 60°
4. sin 90°

Решаване на триъгълник

Подредете телата по обем, от най-малкия до най-големия

1. Кълбо с радиус 1 cm
2. Куб с ръб 2 cm
3. Цилиндър с радиус 1 cm и височина 3 cm
4. Конус с радиус 3 cm и височина 2 cm

Елементи от стереометрията
